



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA PE ȘCOALĂ CU SUBIECT UNIC
CLASA a 10-a
București, 13 februarie 2026
SUBIECTE

Problema 1

Determinați funcțiile $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ cu proprietatea că $f(x)f(y) - f(xy) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$,
pentru orice $x, y \in (0, \infty)$.

Gazeta Matematică

Problema 2

Determinați perechile (x, y) de numere reale cu $x, y \in [20, 26]$ astfel încât
 $\max \left\{ (46x - 520)^{\log_y 45}, (46y - 520)^{\log_x 45} \right\} \leq 2025$.

Problema 3

Fie $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ un șir de numere complexe nenule și $a \geq 2$ un număr real cu proprietatea că $\log_a(|z_n|)$ este număr natural, pentru orice $n \in \mathbb{N}$. Fie P mulțimea submulțimilor finite și nevide ale lui \mathbb{N} și funcțiile $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $g : P \rightarrow \mathbb{C}$ cu $f(n) = \log_a(|z_n|)$ și $g(X) = \sum_{i \in X} z_i$.
Arătați că, dacă f e injectivă, atunci g e injectivă.

Problema 4

Determinați numerele complexe a, b, c, d care au, simultan, proprietățile:
 $|a| = |b| = |c| = |d| = 1$, $a + b + c + d = 2\sqrt{3}$ și $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 0$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 22,5 de puncte, punctajul maxim posibil fiind 100 puncte, din care 10 puncte sunt din oficiu.